Untersuchung

über die

Verlängerung des Mondkörpers nach der Erde zu.

Inaugural-Dissertation,

welche

nebst den beigefügten Thesen

mit Genehmigung der hohen

philosophischen Facultät der Königlichen Universität Breslau

zur

Erlangung der philosophischen Doctorwürde

Donnerstag, den 30. August 1900, Mittags 12 Uhr,

in der Aula Leopoldina

öffentlich verteidigen wird

Carl Mainka,
Assistent an der Königlichen Universitäts-Sternwarte.

ACAD. LUGD. BAT. BIBL.

Opponenten:

Walter Zimmermann, cand. phil.
Paul Neugebauer, cand. phil.

Breslau.
Druck von Grass, Barth & Comp. (W. Friedrich).

Seinem hochverehrten Lehrer

Herrn Prof. Dr. Julius Franz

Director der Königlichen Sternwarte zu Breslau

in Dankbarkeit

gewidmet vom

Verfasser.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549812_0125

Die Anziehung des Mondes erregt auf dem flüssigen Teil unserer Erde die Erscheinung der Flut. Nach dem in der Natur allgemein gültigen Satze: „Nulla actio sine reactione“ zieht aber auch die Erde den Mond an. Welch eigentümliches Bild bietet sich uns beim Anblick des Mondes im Fernrohr dar! Kraterähnliche Berge, Wallebenen, Rillen wechseln ab mit weiten Ebenen und mehr oder weniger zerklüfteten und unterbrochenen Gebirgszügen Diese eigenartige Beschaffenheit der Mondoberfläche führt uns zu der Hypothese, dass in allerdings weit zurückliegenden Zeiten der Mondkörper weniger starr gewesen ist, sondern vielleicht bis zu einem gewissen Grade flüssig. Macht man diese Voraussetzung, so kann man annehmen, dass der Mond durch die von der Erde erregte Flut nach dieser zu verlängert ist. Es werden also Gegenden, welche um die scheinbare Mondmitte herum liegen, in Folge der Attraction der Erde über das durchschnittliche Niveau der Mondkugel emporgehoben sein. Man kann daher vermuten, dass der Mondkörper ein Ellipsoid ist, dessen grösste Achse der Erde zugewandt ist.

Ueberblick über einschlägige Arbeiten.

Obwohl über den Mond, hinsichtlich seiner Oberflächenbeschaffenheit und seiner Bewegung eine umfangreiche Litteratur vorhanden ist, so sind doch insbesondere der Gestalt des Mondes nur wenige Abhandlungen gewidmet. Vielleicht über keine andere Grösse in der Astronomie sind die Ansichten so verschieden, als über die Verlängerung des Mondes nach der Erde zu. Newton, Lagrange und Laplace haben auf rein theoretischem Wege ein Resultat über die Gestalt des Mondes zu erlangen versucht, während Hansen durch Bahnbestimmung, Gussew, Kayser und Beck durch Messungen auf der Mondoberfläche einen Aufschluss über den Werth einer Verlängerung des Mondkörpers gefunden haben. In neuester Zeit hat der Director der Sternwarte zu Breslau diese Frage zum Gegenstand einer Untersuchung gemacht. Die auf theoretischem Wege erhaltenen Verlängerungen des Mondkörpers sind sehr klein, die übrigen dagegen, (mit Ausnahme des Resultates des Letztgenannten,) verhältnissmässig bedeutend.

In seinen „Principia mathematica philosophiae naturalis“ behandelt Newton die Aufgabe, die Gestalt des Mondes zu finden. Er setzt den Mond als flüssig, wie unser Meer, voraus und geht von der Attractions- und Centrifugalkraft aus. Sein Resultat ist folgendes: „Die Gestalt des Mondes muss ein Sphäroid sein und seine grosse Achse übertrifft die Rotationsachse um 186 Fuss.“ Die Verlängerung findet sich hieraus zu 0.000016 des Durchmessers.

Lagrange spricht in seiner Abhandlung über die physische Libration des Mondes die Ansicht aus, dass der Mond nicht sphärisch und seine grösste Achse nach der Erde zu gerichtet ist. Nach Lagrange ist der Werth der Verlängerung des Mondes nach der Erde zu 0.0003.

Einen noch kleineren Wert für diese Verlängerung ergiebt die Theorie der Flut von Laplace, nämlich 0.000075.

Im Gegensatz zu diesen aus der Theorie folgenden kleinen Werten stehen die grossen Werthe, die wir jetzt besprechen wollen.

Am 10. November 1854 unterbreitete Hansen der Königlichen astronomischen Gesellschaft zu London eine Arbeit „über die Figur des Mondes", welche im 24. Bande der Abhandlungen dieser Gesellschaft veröffentlicht ist. Hansen findet, dass der Mittelpunkt der Figur des Mondes nicht mit dem Schwerpunkt zusammenfällt, sondern dass letzterer um 59000 Meter weiter von uns entfernt ist, als ersterer. Es wäre also der Mond in Bezug auf seinen Schwerpunkt nach der Erde zu sogar um 3.4 Procent verlängert.

Durch Hansen veranlasst, beschäftigte sich Gussew mit diesem Problem und legte am 14. October 1859 der Akademie der Wissenschaften in Petersburg eine diesbezügliche Arbeit vor. Gussew gelangt zu ähnlich grossen Werten, nämlich zu Verlängerungen des Mondes bis zu 7 Procent. Seine Methode beruht auf dem Princip der Perspective. Durch Messung der Lage einiger Krater an zwei Mondphotogrammen verschiedener Libration ermittelt er ihre Entfernung vom Mittelpunkt des Mondkörpers und damit die Verlängerung desselben. Doch da er die Zeiten, zu welchen der Mond photographirt wurde, nicht genau kannte, sondern nur die Tage, so verliert sein Resultat an Gewicht, denn die optische Libration ändert sich so stark, dass eine ebenso wahrscheinliche andere Annahme der Aufnahmezeit, als Gussew gemacht hat, die Verlängerung Null ergeben würde.

Neun Jahre später veröffentlichte Kayser in den Astronomischen Nachrichten Bd. 73 eine Arbeit über die Gestalt des Mondes. Er findet eine Verlängerung von 3.0 Procent. Leider beruht dieses Resultat nur auf Messung einer Sichelbreite im Mondäquator. Bedenkt man ferner, dass die Lichtgrenze sich bei der Messung nicht scharf genug auffassen lässt, so kann man wohl annehmen, dass sich Beobachtungsfehler eingeschlichen haben werden, deren Einfluss auf das Endresultat von Bedeutung ist.

Im 22. Jahrgange der Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich befindet sich eine Abhandlung über die Verlängerung des Mondes von A. Beck. Aus dem Unterschiede der beobachteten selenographischen Coordinaten von Mondkratern für die Mondkugel und der für ein Mondellipsoid berechneten findet er eine Verlängerung von $+ 0.021 \pm 0.012$. Er benutzt die gemessenen Längen und Breiten von 4 Mondkratern, wie sie im Werke: „Der Mond nach seinen kosmischen und individuellen Verhältnissen oder allgemeine, vergleichende Selenographie von W. Beer und Dr. J. H. Maedler 1837" angegeben sind. Der Verfasser legt, wie er am Ende sagt, keinen grossen Wert auf die Sicherheit seines gefundenen Resultates.

Im 38. Bande der Astronomischen Beobachtungen auf der Königsberger Sternwarte veröffentlicht Herr Prof. Dr. J. Franz eine Untersuchung „über die Figur des Mondes". Die resultirende Grösse der Verlängerung des Mondkörpers nach der Erde zu beträgt $+ 0.00114 \pm 0.00390$. Die Arbeit stützt sich, wie die Gussew's, auf das Princip der Stereoskopie. Zur Messung der Entfernung der Mondkrater wurden Mondphotogramme der Licksternwarte benutzt.

Von den Arbeiten über die Gestalt des Mondes, welchen Messungen zu Grunde liegen, erweckt, wenn man die Art der Messung in Betracht zieht, wohl die Untersuchung vom Herrn Prof. Franz das meiste Vertrauen. Denn Messungen am Monde, die mit einem Fadenmikrometer gemacht sind, sind bedeutend grösseren Beobachtungsfehlern ausgesetzt, als die an Mondphotogrammen mit Hilfe eines Ausmessers photographischer Platten. Hierzu kommt, dass die Photographien im Focus des 36zölligen Refractors der Licksternwarte, also mit den besten Mitteln in grossem Mafsstabe hergestellt sind.

Das Resultat dieser Arbeit, dass die Verlängerung kleiner als ihr wahrscheinlicher Fehler, also unmerklich ist, stimmt mit der Theorie überein.

Neue Bestimmung der Gestalt des Mondes aus Heliometerbeobachtungen.

Wenn auch die Messungen am Monde, die mit einem Fadenmikrometer gemacht sind, gegenüber den an Mondphotogrammen veranstalteten an Gewicht verlieren, so giebt es doch noch ein Messinstrument, dessen Messungen mit den an Mondphotogrammen gemachten ohne Weiteres verglichen werden können. Es ist dies das Heliometer, dessen Beobachtungen auch dem folgenden Versuch, einen weiteren Aufschluss über die Gestalt des Mondes zu erhalten, zu Grunde liegen. Die hier angewandte Methode ist neu und ähnlich, wie die von Herrn Dr. Kayser, Astronom der Sternwarte in Danzig, vorgeschlagene. Die Beobachtungen — Messungen der Mondsichelbreite im Beleuchtungsäquator — die im Folgenden behandelt werden, sind teils mit dem Königsberger Heliometer vom Herrn Prof. Dr. J. Franz ausgeführt worden, teils vom Verfasser mit dem Breslauer Heliometer gemacht. Die folgenden Zeilen sollen einen Einblick in die Art und Weise der Anordnung der Heliometerbeobachtungen geben. Die einzige Schwierigkeit dieser Methode der Phasenmessung besteht darin, dass die Lichtgrenze meist sehr zerrissen ist.

Anordnung der Heliometerbeobachtungen.

Nach vorangegangener Focussirung auf Doppelsterne wurde der Monddurchmesser in der Richtung der Hörnerlinie eingestellt. Unter Hörnerlinie ist die Verbindungslinie der Hörnerspitzen zu verstehen. Dann wurde das Objectiv um 90° gedreht und nunmehr die in die Schnittlinie des Objectivs fallende „Sichelbreite" (d. h. die Grösse der Phase) gemessen. Die Messung geschieht somit in einer zur Hörnerlinie senkrechten Richtung, dem „Beleuchtungsäquator". Bei jeder einzelnen Messung, deren vier einen vollständigen Satz bilden, sind Positionskreis und Schraubentrommel abgelesen worden. Vor und nach einer solchen Beobachtung sind Thermometer und Barometer abgelesen worden. Die angewandte Vergrösserung ist bei allen Messungen dieselbe und zwar eine 195fache für das Königsberger und eine 50fache für das Breslauer Heliometer. Die Messungen sind durchweg ohne Blendglas gemacht worden. Die Berührung der beiden Mondbilder geschah so, dass der Mondrand nicht mit der zerrissenen Lichtgrenze selbst, sondern mit einer Halbellipse in Berührung gebracht wurde, welche durch Ausgleichung der Unebenheiten der Lichtgrenze nach dem Augenmafs entsteht. Gebirge oder einzelne Berge, welche an der Contactstelle auftraten, wurden nur als Merkpunkte des Durchschnitts des Beleuchtungsäquators und der Halbellipse vor und nach dem Durchschrauben benutzt.

Als Beispiel einer vollständigen Messung sei die vom 2. April 1890 angegeben, cf. Tafel Nr. 1. Aus diesem Beispiel ersieht man, dass für die Schraube I zwei Werthe angegeben sind. Es wurde nämlich zuerst eine Sichelbreitendistanz mit Schraube II eingestellt, I und II abgelesen, darauf II stehen gelassen und nunmehr mit der Schraube I eingestellt, Schraube I abgelesen. Die in ganzen Minuten notirten Zeitangaben sind das Mittel aus beiden Einstellungszeiten.

Am Breslauer Heliometer wurden statt der Schrauben jedoch die am Objectivkopf befindlichen Scalen mit Mikrometerschraube und Mikroskop abgelesen. Ebenso wurden Positionskreisangaben und Thermometer am Objectivkopf notirt. Als Beispiel einer Messung findet sich die vom 20. Juli 1899 auf Tafel 2.

Das Königsberger Heliometer.

Eine nähere Beschreibung desselben findet sich in den „Astronomischen Abhandlungen" von Bessel Bd. I. Die Constanten des Instruments, die bei den Reductionen der Beobachtungen benutzt worden sind, sind jedoch nicht diesen entnommen, sondern zwei Abhandlungen von Prof. Franz. Diese beiden Arbeiten, von denen die eine über die physische Libration des Mondes, die andere über die jährliche Parallaxe des

Sterns Oeltzen 11677 handelt, befinden sich im 38. Bande der „Astronomischen Beobachtungen auf der Königlichen Universitäts-Sternwarte zu Königsberg". Während Bessel die periodische Ausgleichung der Schraube II wie folgt findet: $\varphi(u) = +0.00161 \cos u - 0.00239 \sin u - 0.00050 \cos 2u - 0.00006 \sin 2u$, so giebt Franz in Oeltzen 11677 pag. 6 folgende Ausgleichung an:

$$\varphi(u) = -0.00153 \cos u + 0.00206 \sin u + 0.00020 \cos 2u + 0.00002 \sin 2u;$$

also fast die entgegengesetzten Werthe. Für den Wärmefactor ist folgende Formel zur Berechnung des Einflusses der Wärme benutzt worden:

$$\frac{52.87567}{1 + (\tau - 50^0)\, 0.00001049}$$

wo 52.87567 der angenommene Schraubenwerth ist und τ die Temperatur nach Fahrenheit ist.

Die Correction für den Positionskreis wurde gleichfalls berücksichtigt und nach der Formel:

$$-11.'56 + 0.34\ (\tau - 10.0^0)$$

(Oeltzen 11677 pag. 4) berechnet, wo τ die Temperatur nach Réaumur ist. Hingegen wurden Correctionen, die sich auf die Normalstellung des Oculars und den Einfluss der Aufstellungsfehler auf den Positionskreis beziehen, nicht berücksichtigt. Ihre Wirkung auf das Resultat ist von geringer Bedeutung.

Das Breslauer Heliometer.

Bald nach der Erfindung des Heliometers wurden eine Anzahl kleinerer Instrumente durch Fraunhofer in den ersten Jahrzehnten des 19. Jahrhunderts hergestellt. Mehrere Sternwarten, u. a. auch die Breslauer, erhielten derartige Instrumente. Im Jahre 1818 wurde unter Jungnitz, dem damaligen Director der Sternwarte, auf der Gallerie des Sternwartenturmes im SW ein kleiner Turm gebaut, welcher zur Aufnahme des Heliometers diente. Eine nähere Beschreibung des Türmchens und des Instruments befindet sich im Provinzialblatt für October 1818. Jungnitz, Brandes, Boguslawski haben mit diesem Heliometer beobachtet; namentlich hat Letzterer viele Kometenbeobachtungen damit ausgeführt. Anfang der 70er Jahre wurde das Breslauer Heliometer, ebenso wie die andern kleinen Heliometer von Berlin, Strassburg, Göttingen, von Repsold in Hamburg mit neuen Einrichtungen versehen. Das Material des Rohres, ursprünglich Holz, wurde durch Messingblech, das alte messingne Stativ durch ein grösseres, eisernes ersetzt. Um die Grösse der Verschiebung der beiden Objectivhälften abzulesen, wurden silberne Scalen am Objectivkopfe angebracht. Das Instrument wurde 1874 und 1882 zur Beobachtung der Venusdurchgänge benutzt und zwar auf den Stationen Tschifu und Aiken.

Auf der hiesigen Sternwarte stand das Instrument lange Zeit nach der Expedition unbenutzt. Erst seine jetzige, provisorische Aufstellung auf der Oderinsel an der Bürgerwerderschleuse hat es ermöglicht, damit regelmässige Beobachtungen zu machen. Es steht hier parallaktisch aufgestellt in einer Holzhütte mit abschiebbarem Dache.

Die Constanten des Breslauer Heliometers.

Das Heliometer hat eine Brennweite von 1.139 m und eine Objectivöffnung von 76 mm. Die Vergrösserung, die bei den Messungen der Sichelbreiten angewendet wurde und ebenso bei der Messung der Plejadensterne zur Bestimmung des Scalenwerthes, ist eine 50fache. Die für die Venusexpedition am Objectivkopf angebrachten silbernen Scalen sind jedoch vor mehreren Jahren in Folge des Uebereifers eines Breslauer Mechanikers, der dieselben zur Reinigung bekam, so abgeschliffen worden, dass sie eine neue Teilung erhalten mussten. Es wurde also nothwendig, die Teilungsfehler der Scalen neu zu bestimmen.

Jede der beiden neu angefertigten Scalen trägt 151 Striche in Abständen von 0.2 mm, so dass die ganze Länge einer Scala = 30 mm ist. Die Scale I trägt die Strichnummern von 0 bis 30, die Scale II von 40 bis 70. Im Mikroskop unterscheiden sich diese beiden Scalen von einander noch ausser dieser Bezifferung der Strichnummern dadurch, dass Scala I unter dem Rechen liegt. Die ganzen Millimeterstriche sind zum Unterschiede von den Strichen, die Fünftel-Millimeter angeben, länger gezogen. Jeder dritte, ganze Millimeterstrich ist mit den Ziffern 0, 3, 6 . . . 30 bezw. 40, 43, 46 . . . 70 bezeichnet. Auf ein Strichintervall = 0.2 mm gehen 2 Rev. der Schraube, also ist 1 Rev. = 0.1 mm; diese beträgt rund 18″, also 1 mm = 3′; es können also Abstände von 3 . 30′ = 90′ = 1° 30′ gemessen werden.

Die Trommel der Mikrometerschraube, deren Umdrehung gleich 0.1 mm ist, ist in 100 Teile geteilt, also ein Teil = 0.″18. Bei der Ablesung werden die Zehntel eines Trommelintervalles geschätzt. Das Fadennetz des Mikrometermikroskops hat zwei Fadenpaare und zwei einzelne Fäden von je $1^1/_2$ Rev. Distanz zur Eliminirung der periodischen Schraubenfehler. Bei den hier vorliegenden Messungen wurde jedoch nur ein Fadenpaar benutzt und zwar so, dass die Mitte eines Fadenpaares mit dem betreffenden Strich zusammenfiel.

Die Teilungsfehler der Scalen sind von Herrn Dr. Rechenberg von mm zu mm oder von 10 zu 10 Rev. durch Vergleichung einer jeden Scala mit der Millimeterscala am Repsold'schen Ausmesser für Photogramme bestimmt worden. Verfasser hat sie berechnet und in Tafel 3 zusammengestellt.

Den Scalenwert habe ich aus Messungen der Sterndistanzen $\eta - 27$, $\eta - 17$, 17—27 Tauri bestimmt. Diese Beobachtungen wurden im Monat Februar und März 1900 gemacht. Die Messungen in der üblichen Weise reducirt und ausgeglichen ergeben den Scalenwert zu 18″.11048 ± 0″.00117 w. F. und der Logarithmus dieses Werthes ist 1.25793.

Es beruht dieser Scalenwert auf 47 Messungen und zwar auf 18 Einstellungen von η—27 Tauri, 17 von η—17 Tauri, 12 von 17—27 Tauri. Durch Focussirungen wurde als Normalstellung an der Scale des Oculars für Mondbeobachtungen: $N = 5^p.600 - 0^p.040 \cdot t$ gefunden, wo t die Temperatur des am Objectivkopf angebrachten Réaumurthermometers ist. Für die Scalensterne η—27, η—17, 17—27 Tauri fand sich: $N = 5^p.564 - 0^p.067 \cdot t$ und dieser wurde auch bei ihnen angewandt. Der Temperaturcoefficient für den Scalenwert fand sich: = — 0.000014 für 1° Réaumur. Die Correction des Positionskreises ergab sich aus Beobachtungen der Plejadensterne zu + 1°38′.15. Nach Vollendung der Messungsreihe wurde er möglichst klein gemacht. Ich kann nicht umhin anzuführen, dass der angegebene Schraubenwert für Untersuchungen, bei denen eine grössere Genauigkeit beansprucht wird, als bei der Messung der Mondsichelbreite erzielt werden kann, noch nicht als definitiv anzusehen ist, sondern die Bestimmung des Scalenwertes auf zahlreichen Messungen mehrerer Sternbögen beruhen muss.

Reductionen der Beobachtungen.

Die Beobachtungen selbst finden sich auf Tafel 4. Die gemessenen Distanzen wurden in bekannter Weise reducirt. In der beigefügten Tafel 5 sind die Beobachtungen mit der Rechnung verglichen. Ebenso finden sich dort auch die Grössen, welche zur Berechnung der Sichelbreite erforderlich sind. Die Coordinaten α' δ' sind für den Beobachtungsort berechnete Rectascensionen und Declinationen des Mondes; $\alpha_\odot$ $\delta_\odot$ sind geocentrische Coordinaten der Sonne. Für Breslau sind diese noch von Parallaxe befreit. Diese Parallaxe ist allerdings so gering, dass ein Einfluss auf das Endresultat nicht zu befürchten ist. $\triangle$ ist der Phasenwinkel des Mondes, nämlich der Winkel: Sonnencentrum, Mondcentrum, Beobachtungsort; π_1 ist der berechnete Positionswinkel des Beleuchtungsäquators, $h'_{\mathbb{C}}$ ist der scheinbare Halbmesser des

Mondes für den Beobachtungsort. Der dem Nautical Almanac entnommene Mondradius hat nach Herrn Prof. Dr. Franz eine Correction von $-2''.1$ erhalten. $h_\odot$ ist der Sonnenradius für das Erdcentrum. Die parallactische Correction habe ich für denselben berechnet, aber nicht angebracht, da sie verschwindend klein ist. $\pi_\odot$ ist die Sonnenparallaxe, p die Horizontaläquatorialparallaxe des Mondes. An diese habe ich für die Beobachtungen in Breslau eine Correction $p' - p$ angebracht, die ich nach der Gleichung berechnet habe: $\sin p' = \rho \sin z \,.\, \sin p$. Es ergiebt sich nämlich nach dem Sinussatz:

$$r : \rho = \sin z : \sin p' \text{ und } r = \frac{1}{\sin p}, \text{ also } \sin p' = \rho \,.\, \sin z \,.\, \sin p.$$

Die den obigen Coordinaten α' δ' für den Beobachtungsort zu Grunde liegenden Grössen α δ für das Erdcentrum sind dem Nautical Almanac unter Berücksichtigung der 1., 2. und oft auch der 3. Differenzen entnommen. Für die Parallaxenrechnung, die überall nach den strengen Formeln ausgeführt wurde, fand sich eine Controle für die Königsberger Beobachtungen. Unter Annahme eines Mittelwertes der Horizontalparallaxe von $57'$ hat Herr Prof. Dr. Franz die parallactischen Correctionen in α, δ und $h_\leftmoon$ berechnet; ein Vergleich beider Rechnungen zeigte die erforderliche Uebereinstimmung.

Berechnung des Phasenwinkels Δ, Positionswinkels π_1 und der selenocentrischen Coordinaten $\underline{\alpha}_\odot$ $\underline{\delta}_\odot$ der Sonne.

1. Ist in einem selenocentrischen, sphärischen Dreieck: O der Beobachtungsort, S die Sonne, P der Erdnordpol, ist ferner Seite: $OP = 90 + \delta'$, $SP = 90 - \underline{\delta}_\odot$, $OS = \Delta$; Winkel: $POS = \pi_1$, $OPS = 180 + (\alpha' - \underline{\alpha}_\odot)$.

In bekannter Weise ergiebt sich nunmehr:

$$\cos \Delta = -\sin \delta' \sin \underline{\delta}_\odot - \cos \delta' \cos \underline{\delta}_\odot \cos (\alpha' - \underline{\alpha}_\odot),$$
$$\sin \Delta \sin \pi_1 = -\cos \underline{\delta}_\odot \sin (\alpha' - \underline{\alpha}_\odot),$$
$$\sin \Delta \cos \pi_1 = \cos \delta' \sin \underline{\delta}_\odot - \sin \delta' \cos \underline{\delta}_\odot \cos (\alpha' - \underline{\alpha}_\odot).$$

Setzt man zur Abkürzung: $\sin \underline{\delta}_\odot = M \sin N$, $\cos (\alpha' - \underline{\alpha}_\odot) \cos \underline{\delta}_\odot = M \cos N$,

so ist $M = \dfrac{\sin \underline{\delta}_\odot}{\sin N}$, $tg\, N = tg\, \delta_\odot \sec (\alpha' - \underline{\alpha}_\odot)$.

Schliesslich wird: $\sin \Delta = M \sin (N - \delta') \sec \pi_1$, $\cos \Delta = -M \cos (N - \delta')$,

$\text{tang}\, \Delta = -\text{tang}\, (N - \delta') \sec \pi_1$, $\text{tang}\, \pi_1 = -\dfrac{\sin (\alpha' - \underline{\alpha}_\odot) \cos \underline{\delta}_\odot}{M \sin \delta'}$.

Um den Winkel Δ sicher zu bestimmen, wurde $\sin \Delta$, $\cos \Delta$ und $\text{tang}\, \Delta$ berechnet. Der Positionswinkel π_1 wurde mit dem beobachteten verglichen und es zeigte sich durchweg eine genügende Uebereinstimmung.

2. In der Figur 4, die der Berechnung der $\underline{\alpha}_\odot$, $\underline{\delta}_\odot$ zu Grunde liegt, ist: O der Beobachtungsort, S das Sonnencentrum, M das Mondcentrum. Weiterhin ist: $OM = e$, $OS = R$; Winkel $SO\, \Upsilon = \alpha_\odot$, $\Upsilon\, OM = \alpha'$, $OMS = 180 - \alpha'$, $SMO = \underline{\alpha}_\odot$.

Die geocentrischen, rechtwinkligen Coordinaten der Sonne sind:

$$(1.)\ x_1 = R \cos \alpha_\odot \cos \delta_\odot,\ y_1 = R \sin \alpha_\odot \cos \delta_\odot,\ z_1 = \sin \delta_\odot.$$

Die geocentrischen, rechtwinkligen Coordinaten des Mondes sind:

$$(2.)\ x_2 = e \cos \alpha' \cos \delta',\ y_2 = e \sin \alpha' \cos \delta',\ z_2 = e \sin \delta'.$$

Es ist aber, wie leicht zu finden ist, $e = R \dfrac{\sin \pi_\odot}{\sin p}$.

Wird dieser Wert für e in die Gleichung (2) eingesetzt und Gleichung (2) von Gleichung (1) subtrahirt, so ergiebt sich:

$$x = x_1 - x_2 = R' \cos \underline{\alpha}_\odot \cos \underline{\delta}_\odot = R \left[\cos \alpha_\odot \cos \delta_\odot - \frac{\sin \pi_\odot}{\sin p} \cos \alpha' \cos \delta'\right],$$

$$y = y_1 - y_2 = R' \sin \underline{\alpha}_\odot \cos \underline{\delta}_\odot = R \left[\sin \alpha_\odot \cos \delta_\odot - \frac{\sin \pi_\odot}{\sin p} \sin \alpha' \cos \delta'\right],$$

$$z = z_1 - z_2 = R' \sin \underline{\delta}_\odot = R \left[\sin \delta_\odot - \frac{\sin \pi_\odot}{\sin p} \sin \delta'\right].$$

Mit genügender Genauigkeit ergiebt sich schliesslich:

$$\operatorname{tang} (\underline{\alpha}_\odot - \alpha_\odot) = - \frac{\sin \pi_\odot}{\sin p} \sin (\alpha' - \alpha_\odot) \cos \delta' \sec \delta_\odot,$$

$$\sin (\delta_\odot - \delta_\odot) = - \frac{\sin \pi_\odot}{\sin p} . \sin \delta' \sec \delta_\odot.$$

Wie man sieht, ist hierbei $R' = R$ gesetzt worden, d. h. die Entfernung: Sonne — Erde = Sonne — Mond. Dies geschieht aber auch ohne Einbusse der erforderlichen Genauigkeit. Der grösste Unterschied zwischen R' und R ist zur Zeit des Voll- und Neumondes. In diesen Zeiten ist aber eine Messung der Sichelbreite nicht gemacht worden, sondern immer um die Zeiten des ersten und letzten Viertels herum, wo also beide Entfernungen einander fast gleich sind. Bei Beobachtungen, welche den Syzygien näher liegen als den Quadraturen, ist trotzdem der dann auftretende Quotient $\frac{R'}{R}$ vernachlässigt worden, weil er fast gleich 1 ist und so die Berechnung der selenocentrischen Sonnencoordinaten nicht beeinflussen kann.

Ferner ist für den vom Monde aus gesehenen Halbmesser der Sonne der von der Erde aus gesehene gesetzt worden.

Nach einer leicht herzustellenden Figur ist nämlich: $\sin h_\odot = \frac{r}{R}$ und $\sin h^{\mathbb{C}}_\odot = \frac{r}{R'}$ und hieraus: $R \sin h_\odot = R' \sin h^{\mathbb{C}}_\odot$. Da aber noch obigem $R = R'$ gesetzt wurde, so folgt: $h_\odot = h^{\mathbb{C}}_\odot$.

Berechnung der Libration des Mondes.

Da später die optische Libration des Mondes eine Rolle spielt, so sei deren Berechnung hier vorweg genommen. Um eine Controle für die Richtigkeit der erlangten Resultate zu haben, wurde die Libration in Länge und Breite nach zwei Methoden berechnet. Die eine ist die von Encke im Berliner astronomischen Jahrbuch für 1843 angegebene; die andere ist die von Maedler in seinem schon oben genannten Werke angeführte. Für die erste Art der Berechnung der Breiten und Längen der scheinbaren Mondmitte in Bezug auf den Mondäquator und Nullmeridian wurde die Tabelle zur Berechnung der Mondlibration im Berliner astronomischen Jahrbuch für 1901 benutzt. Die Uebereinstimmung der Ergebnisse ist eine genügende. Die tägliche oder parallactische Libration wurde durch Anwendung der Decl. und des Stundenwinkels für Breslau berücksichtigt, während die physische Libration ihrer geringen Grösse wegen nicht berücksichtigt ist.

Wie sich späterhin zeigen wird, tritt in der Berechnung der Verlängerung des Mondkörpers nach der Erde zu eine Grösse auf, die mit l'' bezeichnet ist. Diese Grösse kann als Länge der scheinbaren Mondmitte bezogen auf den Beleuchtungsäquator und den Punkt, dessen selenographische Länge und

Breite Null ist, angesehen werden. Mit Hilfe der bei der optischen Libration auftretenden Grössen l' und b' und des beobachteten Positionswinkels lässt sich l'' berechnen. In Figur 3 ist:

$$\widehat{AM_{00}} = l',\ \widehat{SA} = b',\ \angle\ P'SP = C,\ \angle\ PS\odot = \pi.$$

Hier ist mit: $\odot$ die Sonne, S die scheinbare Mondmitte, P' der Mondnordpol, P der Erdnordpol, M_{00} der Punkt auf der Mondoberfläche, dessen selenographische Coordinaten o,o sind, bezeichnet; die Grössen l', b', C sind aus der Librationsrechnung bekannt. Wird nun durch M_{00} ein Bogen gelegt, der senkrecht auf dem Beleuchtungsäquator steht, so ist $SM' = l''$. Es ergiebt sich so ein Dreieck, $KM'\ M_{00}$ das bei M' rechtwinklig ist. Dieses Dreieck sei als ein sphärisches angenommen und ferner sei der sphaerische Excess, seiner Kleinheit wegen, nicht in Betracht gezogen. Aus dem bei A rechtwinkligen Dreieck SAM_{00} geht hervor, wenn Winkel $AM_{00}S$ mit a bezeichnet wird:

$$\text{tang } a = \text{tang } b' \text{ cosec } l'$$
$$\sin SM = \sin b' \text{ cosec } a$$

Da $SM' = l''$, Winkel $SM_{00}M' = \pi + C - a$ ist, so wird schliesslich:

$$\sin l'' = \sin b' \text{ cosec } a \sin (\pi + C - a),$$

wo π der beobachtete Positionswinkel des Mondes ist.

Nachdem so die wichtigsten Grössen, die zur Berechnung der Sichelbreite erforderlich sind, behandelt worden sind, soll nunmehr die Berechnung der Sichelbreite vorgenommen werden. Es wird von Interesse sein zu sehen, ob überhaupt ein merklicher Unterschied zwischen gemessener Sichelbreite und der unter Voraussetzung der Kugelgestalt des Mondes berechneten Sichelbreite besteht. Aus diesem Grunde soll zunächst die Sichelbreite unter dieser Voraussetzung berechnet werden.

Berechnung der Sichelbreite unter Annahme einer Kugelgestalt des Mondes.

Die Grundebene gehe durch das Auge des Beobachters, die scheinbare Mondmitte und das Sonnencentrum. Diese Ebene, sie heisse E_1, wird den Mond in einem grössten Kugelkreise schneiden und steht senkrecht zur Hörnerlinie, was aus der Anordnung der Messung hervorgeht.

Die für den Beobachter in O sichtbare Mondscheibe bezw. Mondsichel, wird von O aus auf eine zur Verbindungslinie: Beobachtungsort O — Mondcentrum C senkrecht stehende und durch C gehende Ebene E_2 projicirt. Der grösseren Genauigkeit wegen sei hier die Centralprojection angewendet. Die Projection des Schnittes der Ebene E_1 und der für O sichtbaren Sichel BA ist, nach der Figur 1, $= BA'''$. Es ist aber $BA''' = BC + CA'''$, wo CA''' entweder zu addiren oder zu subtrahiren ist, je nachdem der Mond mehr oder weniger als halb beleuchtet ist. Hier ist BC der scheinbare Mondhalbmesser $= h'_{\mathbb{C}}$; CA''' ist noch unbekannt. Nach der Figur ist $CA''' = CA'' + A''\ A'''$.

Für die weitere Rechnung sei in der Ebene E_1 ein rechtwinkliges Coordinatensystem festgelegt; sein Nullpunkt sei das Mondcentrum C, die x-Achse gehe nach dem Beobachtungsort O und die Achse der Y stehe senkrecht zu x-Achse. Sind $x''\ y''$ die Berührungspunkte der vom Punkte O aus an den Kreis in E_1 gezogenen Tangenten, so wäre scharf genommen die genaue Projection des Mondhalbmessers BC nicht b, sondern:

$$b \cos h'_{\mathbb{C}} + b \sin h'_{\mathbb{C}} \text{ tang } h'_{\mathbb{C}} = b \sec h'_{\mathbb{C}}.$$

Mit hinreichender Genauigkeit kann man aber $BC = b$ setzen.

Für die Berechnung der Coordinaten der Berührungspunkte der den Mond berührenden Sonnenstrahlen haben wir die Wirkung des Halbschattens zu beachten. Die Coordinaten der Berührungspunkte sind dann:

$$x' = b \sin (\Delta + h_\odot), \quad y' = b \cos (\Delta + h_\odot).$$

Liegt Δ, der Phasenwinkel, zwischen 0^0 und 180^0, so ist $h_\odot$ negativ, sonst positiv zu nehmen. Ist der Winkel $COA''' = \sigma$, so ergiebt sich aus dem bei C rechtwinkligen Dreieck OCA''': $\text{tang } \sigma = \frac{CA'''}{CO}$. Nun ist $CA''' = CA'' + A'' A'''$ und $CO = e$, wo für e mit genügender Genauigkeit die Entfernung, Erdcentrum—Mondcentrum, gesetzt werden kann. Es ist somit:

$$\text{tang } \sigma = \frac{CA''}{e} + \frac{A'' A'''}{e}.$$

Fernerhin ist: $CA'' = A' A = y' = b \cos (\Delta + h_\odot)$, $\quad A'' A''' = AA'' \text{ tang } A'' AA'''$.

$AA'' = CA' = x' = b \sin (\Delta + h_\odot)$, $\quad A'' AA''' = COA''' = \sigma$, da $A'' A \parallel CO$ ist.

Folglich ist: $A'' A''' = b \sin (\Delta + h_\odot) \text{ tg } \sigma$.

Setzt man nun in die obige Gleichung für tg σ die Werte für CA'' und $A'' A'''$ ein, so ist, da tg $h'_\leftmoon$ für $\frac{b}{e}$ gesetzt werden kann, der Ausdruck für tg σ folgender:

$$\text{tang } \sigma = \text{tg } h'_\leftmoon \cos (\Delta + h_\odot) + \text{tg } h'_\leftmoon \sin (\Delta + h_\odot) \text{ tg } \sigma \text{ oder tang } \sigma = \frac{\text{tang } h'_\leftmoon \cos (\Delta + h_\odot)}{1 - \text{tang } h'_\leftmoon \sin (\Delta + h_\odot)}.$$

Es ist σ immer die scheinbare Grösse des Bogens vom Mittelpunkt der Mondscheibe bis zur Lichtgrenze. Für Stellungen der Sonne, die sich um 180^0 unterscheiden, wird σ einmal die scheinbare Grösse eines Mondbogens sein, der zum beleuchteten Teil des Mondes gehört, das andere Mal zu dem Teil, der für O nicht sichtbar ist. Bezeichnet man die Mondsichelbreite mit S, so lautet der allgemeine Ausdruck für dieselbe: $S = h'_\leftmoon \pm \sigma$, wo für σ der absolute Wert einzusetzen ist.

Der Phasenwinkel Δ ist für das Vorzeichen von σ massgebend. Liegt nämlich dieser Winkel im zweiten und dritten Quadranten, so ist die Grösse σ von $h'_\leftmoon$ zu subtrahiren um S zu erhalten, sonst ist σ zu addiren. Für die Art der Zählung des Winkels Δ gilt Folgendes: Innerhalb einer Lunation, vom Vollmond angefangen, durch das letzte Viertel hindurch bis zum nächsten Vollmond bewegt sich Δ von 0^0 bis 360^0.

Der berechneten Sichelbreite steht die mit dem Heliometer gemessene gegenüber. Wäre nun der Mond wirklich eine Kugel, so müssten beide Ergebnisse, beobachtete und berechnete Sichelbreite, mit einander innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler übereinstimmen. Ein Vergleich der berechneten und gemessenen Sichelbreite zeigt aber doch bisweilen beträchtliche Unterschiede, so dass die Vermutung einer Abweichung des Mondkörpers von der Kugelgestalt berechtigt erscheint.

Berechnung der Sichelbreite unter Annahme einer ellipsoidischen Gestalt des Mondkörpers.

Der Schnitt der Ebene E_1 mit dem Mondellipsoid wird jetzt eine Ellipse sein, deren kleine Achse b und deren grosse Achse a sei. Das zu Grunde gelegte rechtwinklige Coordinatensystem habe seinen Nullpunkt im Mittelpunkt des Mondellipsoides.

Da hier der Mond als ein homogenes Ellipsoid angesehen werden soll, so fällt der geometrische Mittelpunkt mit dem Massenmittelpunkt zusammen. Die x-Achse falle mit der grossen Achse a der Schnitt-

ellipse zusammen. Diese Schnittellipse ist nur dann Aequatorellipse, wenn Beleuchtungsäquator und Mondäquator, scheinbare Mondmitte und der Mondscheitel zusammenfallen. Der Mondscheitel ist gleichzeitig der Punkt der Mondoberfläche, dessen selenographische Länge und Breite Null sind. Die Gerade, welche den Beobachtungsort O mit der scheinbaren Mondmitte verbindet, wird im Allgemeinen mit der Achse der X einen Winkel bilden; er heisse l''. Die Winkelgrösse l'', welche in der Coordinatenebene der x, y liegt, die mit E_1 identisch ist, ist bereits früher berechnet.

Ist nun die Gleichung der Schnittellipse:

$$1. \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0 = F,$$

so ist die Gleichung der Tangenten an diese von der Sonne aus gelegt:

$$2. \quad (\xi - x)\frac{\delta F}{dx} + (\eta - y)\frac{\delta F}{dy} = 0;$$

hier ist:

$$\xi = E\cos(\Delta + l''),$$
$$\eta = E\sin(\Delta + l''),$$

wenn E die Entfernung Mond—Sonne, $\Delta + l''$ der wegen der Libration corrigirte Phasenwinkel ist. Die Auflösung der beiden Gleichungen 1 und 2 ergiebt schliesslich mit genügender Genauigkeit die Coordinaten der Berührungspunkte der den Mond berührenden Sonenstrahlen:

$$x'_\odot = \pm b\sin(\Delta + l'')\,(1 + 2\varepsilon - \varepsilon\sin^2(\Delta + l'')),$$
$$y'_\odot = \pm b\cos(\Delta + l'')\,(1 - \varepsilon\sin^2(\Delta + l'')).$$

Die in diesen Gleichungen auftretende Grösse ε ist der Wert der Verlängerung des Mondes $= (a - b) : b$ die quadratischen Glieder von ε sollen hier vernachlässigt werden. Um das Uebergreifen der den Mond berührenden Sonnenstrahlen zu berücksichtigen, ist $(\Delta + h_\odot)$ statt Δ zu setzen, wo $h_\odot$ wie früher positiv oder negativ zu nehmen ist. Weiterhin ist:

$$3. \quad \text{tang } COA = \text{tang } \sigma = \frac{CA'''}{CO} = \frac{CF + FA'''}{e},$$

wo e die Entfernung des Mondes vom Beobachtungsort ist. In dem bei A'' rechtwinkligen Dreieck $CA''F$ ist der Winkel $A''CF = MCD = l''$. Es ist somit: $CF = CA''\sec l'' = y'_\odot \sec l''$.

Ferner ist: $AF = AA'' - A''F = A'C - A''F$, $A'C = x'_\odot$, $\text{tang } A''CF = \text{tang } l'' = \frac{A''F}{A''C}$, $\text{tang } l'' = \frac{A''F}{y'_\odot}$, $A''F = y'_\odot \text{ tang } l''$ und $AF = x'_\odot - y'_\odot \text{ tang } l''$.

Das Dreieck $A'''FA$ ergiebt:

$$4. \quad A'''F : FA = \sin FAA''' : \sin FA'''A.$$

Hier ist: $FAA''' = CHA''' = l'' + \sigma$; $FA'''A = 90^0 - \sigma$, weil $A''A \parallel x$achse ist. Durch Einsetzen der entsprechenden Werte in die Gleichung 4 wird schliesslich:

$$A'''F = \frac{\sin(l'' + \sigma)}{\cos\sigma} \cdot (x'_\odot - y'_\odot \text{ tang } l'').$$

Ersetzt man jetzt in der obigen Gleichung 3 die Werte CF und FA''' durch die eben gefundenen, so ergiebt sich folgender Ausdruck für tang σ:

$$5. \quad \text{tang } \sigma = \frac{1}{e}\left[y'_\odot \sec l'' + \sin(l'' + \sigma)\sec\sigma\,(x'_\odot - y'_\odot \text{ tang } l'')\right].$$

Es hat sich dadurch ein Wert für den Winkel σ ergeben unter der Voraussetzung, dass der Mond nach der Erde zu verlängert ist. Setzen wir in die Gleichung für tang σ für die Verlängerung ε einen angenäherten Wert ein, so wird dieser Wert für σ mit dem beobachteten um so mehr übereinstimmen, je näher der angenommene Wert für ε dem wirklichen liegt.

Wir können den umgekehrten Weg einschlagen, nämlich für σ den beobachteten Winkel einsetzen und die Gleichung 5 nach ε auflösen. Dieser Weg ist wohl der kürzere, da er direct zum Ziele führt. Setzt man in die Gleichung 5 noch die Ausdrücke für $x'_\odot$ und $y'_\odot$ ein und führt zur Abkürzung folgende Werte ein:

$A = 1 + \sec(\Delta + l'') \cos l'' \sin \Delta \,(\text{tang } l'' + \text{tang } \sigma)$. $\quad B = \text{tang } \sigma : \text{tang } h_{(} \sin(\Delta + l'')$.

$C = \sin(\Delta + l'') \cos(\Delta + l'') \sec l''$. $\quad D = \sin \Delta \sin(\Delta + l'')\,(\text{tang } l'' + \text{tang } \sigma)$.

so wird:

$$\varepsilon = \frac{B - A \text{ cotg } (\Delta + l'') \sec l''}{2 \sin l'' + 2 \cos l'' \text{ tang } \sigma - (C + D)}.$$

Günstigste Zeit der Beobachtungen.

Da es hier namentlich auf die beobachtete Sichelbreite ankommt, so wird es gut sein, sich über die günstigste Zeit der Messung klar zu werden. Es wird sich dann zeigen, ob einige von den Beobachtungen auszuschliessen sind oder von geringerem Gewichte sind. Wie man leicht einsieht, wird die Messung einer Mondsichelbreite dann am vorteilhaftesten sein, wenn der Unterschied zwischen beobachteter und berechneter Sichelbreite ein grösstmöglichster ist. Sind die rechtwinkligen Coordinaten der Berührungspunkte der Sonnenstrahlen, welche die Mondkugel tangiren: $x_\varkappa$, $y_\varkappa$ und die Coordinaten der Strahlen, welche das Mondellipsoid berühren: x_ε y_ε, so ist der fragliche Unterschied dargestellt in der Form „$y_\varepsilon - y_\varkappa$“, wie es die Figur sofort zeigt. Es ist nun:

$$y_\varkappa = b \cos(\Delta + h_\odot) \text{ und } y_\varepsilon = b \cos(\Delta + h_\odot)\,(1 - \varepsilon \sin(\Delta + h_\odot)^2),$$

wenn von der Librationswirkung abgesehen wird. Die Differenz: $y_\varepsilon - y_\varkappa$ ist nun nach einem Maximum zu untersuchen. Es ist: $y_\varepsilon - y_\varkappa = -\varepsilon \,.\, b \cos(\Delta + h_\odot)\,\{1 - \cos(\Delta + h_\odot)\}$. Wird dieser Ausdruck differentirt und gleich Null gesetzt, so ergiebt sich genügend genau: $1 - 3 \cos(\Delta + h_\odot)^2 = 0$ oder: $\Delta + h_\odot = \pm 54^0.7$.

Diesem Wert entspricht ein ungefähres Mondalter von

$$4.5^d,\ 10.5^d;\ 19.5^d \text{ und } 25.5^d.$$

Das günstigste Resultat folgt somit aus Messungen, die 3 Tage vor oder nach dem ersten und letzten Viertel liegen.

Resultat aus den Messungen für die Verlängerung des Mondes.

Zieht man die einzelnen unten folgenden Werte für die Verlängerung des Mondes in Betracht, so wird auffallen, dass sowohl positive Werte wie negative für die Verlängerung auftreten.

Befindet sich an der Berührungsstelle eine Gegend, welche sich über das durchschnittliche Niveau des Mondes erhebt oder unter dasselbe vertieft ist, so wird der aus dieser Messung der Sichelbreite hervorgehende Wert für die Verlängerung ε zu einer anderen Ellipse gehören. Die erhaltenen Werte für ε zeigen also gewissermafsen an, um wie viel die gerade in Rücksicht zu nehmende Gegend der Mondoberfläche über oder unter der Oberfläche des als Kugel vom Radius b angenommenen Mondkörpers liegen.

Wenn so auch die erhaltenen Werte für ε eigentlich streng genommen verschiedenen Punkten der Mondoberfläche angehören, so soll doch aus ihnen ein Mittelwert genommen werden. Es liegen 15 Beobachtungen vor, welche Herr Prof. Dr. Franz mit dem Königsberger Heliometer gemacht hat, und 6 Messungen, welche Verfasser mit dem Breslauer Heliometer gemacht hat. Das endgültige Resultat für die Verlängerung ε ist aus beiden Beobachtungsreihen genommen, und zwar ist den Königsberger Beobachtungen das doppelte Gewicht gegeben worden.

Die einzelnen Beobachtungen lauten:

Datum	Beobachtete Sichelbreite — Berechnete Sichelbreite	ε	vv	Datum	Beobachtete Sichelbreite — Berechnete Sichelbreite	ε	vv
Königsberger Beobachtungen				Breslauer Beobachtungen			
1890.	"			1899.	"		
2. April	— 4.9	+ 0.020	0.000361	24. März.....	— 9.0	+ 0.051	0.001296
23. April	— 8.4	— 0.028	841	28. Juni	+ 6.5	— 0.030	2025
24. April	— 2.3	— 0.008	081	16. Juli.....	+ 2.1	+ 0.013	4
30. April	— 4.9	+ 0.008	049	20. Juli.....	— 0.1	0.000	225
24. Mai	+ 2.7	+ 0.016	225	14. September.....	+ 2.0	+ 0.023	64
25. Mai	— 5.7	— 0.020	441	14. September.....	+ 16.5	+ 0.031	256
23. Juni	— 10.2	+ 0.019	324				
6. Juli.....	— 3.6	— 0.001	004				
27. Juli.....	— 9.1	+ 0.019	324				
4. August.....	— 3.9	+ 0.000	001				
4. August.....	— 9.9	+ 0.016	225				
5. August.....	— 19.2	+ 0.051	2500				
1891.							
20. April	— 2.7	— 0.012	169				
25. April	+ 4.0	— 0.039	1600				
11. Mai	— 5.7	— 0.022	529				
$\Sigma vv = 0.007674$; $\varepsilon = + 0.001 \pm 0.016$ w. F.				$\Sigma vv = 0.003870$; $\varepsilon = + 0.015 \pm 0.019$ w. F.			

Combinire ich nun diese beiden Beobachtungsreihen derart, dass jede Königsberger Beobachtung doppeltes Gewicht bekommt, so erhalte ich als endgültigen Wert für die Verlängerung des Mondes nach der Erde zu folgenden:

$$\varepsilon = + 0.004 \pm 0.013 \text{ w. F.}$$

Dieser Wert von ε ist kleiner als sein wahrscheinlicher Fehler, ist also unmerklich klein. Es bestätigt dies genau das von Franz gefundene Resultat, bei welchem auch der wahrscheinliche Fehler grösser als der Wert selbst ist.

Aus diesem Endwert geht hervor, dass der Mondkörper nach der Erde zu sehr wenig verlängert ist; es ist dies aber nicht so aufzufassen, als ob der Mond etwa eiförmig nach der Erde zugespitzt wäre. Betrachtet man die einzelnen Messungsergebnisse, so findet sich vielmehr, dass neben Erhebungen in der Umgebung des Mondscheitels (des Punktes, dessen selenographische Länge und Breite Null sind) auch Vertiefungen vorkommen. Der obige endgültige Wert für ε ist als Durchschnittswert für die Erhebung der Mondoberfläche über die Kegelfläche in der Nähe des Mondscheitels anzusehen.

Diese Untersuchung hat also eine Grösse der Verlängerung des Mondkörpers ergeben, welche mit den Resultaten von Hansen, Gussew, Kayser **gar nicht** übereinstimmt. Während nach der Berechnung der Letzteren der Mond sich als stark verlängert

ergiebt, so sagt das obige Ergebniss aus, dass die Verlängerung des Mondes unmerklich klein ist und sich auch der Null nähern kann. Es bestätigt die minimalen Werte, welche die theoretischen Untersuchungen und die Arbeit „Ueber die Figur des Mondes“ von Herrn Prof. Dr. Franz geben.

Aus den einzelnen Werten für ε liesse sich eine Niveaukarte für die in Frage kommende Gegend zeichnen, wenn für denselben Punkt mehrere Messungen der Sichelbreite zur Berechnung des zugehörigen Wertes für ε vorlägen.

Tafel 1.

Mondsichelbreitenmessung

vom 2. April 1890.

Alter: 12.^{d}9. Vergr.: 195. Declinationsachse: folgt. Ocularst.: 17.3. Mittl. Zeit = Chronom. + 1^{m} 34^{s}. Bar.: 337.9 par. L. 4°.9 R. Aeuss. Therm.: 33.0 F. Instr.: Königsberger Heliometer.

Chronometer	H_I	Schraube I		H_{II}	Schraube II	Pos.-Kr. Nonien II—IV
						211°
8^{h} 13^{m}	Lgr.	60.031	60.092	R.	91.444	43′ 49″
18	"	.092	.031	"	.372	"
22	"	.031	59.990	"	.380	"
25	"	59.990	60.058	"	.387	"
31	R.	60.000	59.997	Lgr.	27.248	43′ 41″
34	"	59.997	.918	"	.194	"
38	"	.918	.885	"	.262	"
42	"	.885	.908	"	.164	"

Am Ende der Messung.

Ocularst.: 17.3. Bar.: 337.6 par. Lin. + 2°.6 R., 31°.3 F. Wegen periodischen Schraubenfehlers verbessertes Mittel der Schraube II: 91.3815 und 27.2835, also Distanz = 32.0492.

Lichtgrenze sehr zerrissen.

Tafel 2.

Mondsichelbreitenmessung

vom 20. Juli 1899.

Instr.: Breslauer Heliometer. Declinationsachse vor. Focussirt auf α_1—α_2 Capricorni. Ocularstellung: 5.20.

Chronometer	Einstellung	Scale I 1.	Scale I 2.	Scale II 1.	Scale II 2.	Positionskreis
		Fadenpaar				
		91.9		595.8		
17^{h}31^{m}47^{s}	i	746	202	695	147	87° 55′
		760	211	705	196	
35 29	e	789	248	663	120	
		791	242	660	132	
	Mittel	91.771	91.226	661	149	
	Gang	—3	0	—16	—3	
	Teilfehler	—11	—12	—2	—2	
		195.0		492.6		
38 51	i	950	410	534	007	87° 55′
		980	431	555	014	
42 45	e	824	290	692	148	
		860	340	679	151	
	Mittel	903	368	615	080	
	Gang	—30	—16	+1	0	
	Teilfehler	—3	—3	—5	—5	

Distanz: 103.592.

Tafel 3.

Teilungsfehler der Scalen des Breslauer Heliometers.

Scale I		Scale I		Scale I		Scale II		Scale II		Scale II	
Revolutionen	Teilungsfehler	Revolutionen	Teilungsfehler	Revolutionen	Teilungsfehler	Revolutionen	Teilungsfehler	Revolutionen	Teilungsfehler	Revolutionen	Teilungsfehler
r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
0	+ 0.004	100	— 0.006	200	+ 0.002	400	+ 0.006	500	— 0.001	600	0.000
10	— 0.002	110	— 0.006	210	+ 0.010	410	0.000	510	— 0.001	610	+ 0.004
20	— 0.004	120	— 0.013	220	+ 0.006	420	+ 0.018	520	+ 0.002	620	— 0.005
30	+ 0.013	130	— 0.014	230	+ 0.001	430	+ 0.008	530	— 0.005	630	— 0.018
40	+ 0.010	140	— 0.011	240	+ 0.002	440	+ 0.008	540	— 0.005	640	— 0.014
50	+ 0.005	150	— 0.011	250	0.000	450	+ 0.010	550	— 0.001	650	— 0.010
60	+ 0.009	160	— 0.003	260	+ 0.009	460	+ 0.010	560	— 0.010	660	— 0.005
70	— 0.004	170	— 0.019	270	0.000	470	— 0.006	570	— 0.006	670	0.000
80	— 0.012	180	+ 0.005	280	0.000	480	— 0.009	580	+ 0.004	680	+ 0.009
90	— 0.013	190	— 0.008	290	— 0.003	490	— 0.006	590	— 0.004	690	— 0.001
				300	— 0.009					700	+ 0.001

Tafel 4.

Messungen der Mondsichelbreiten.

Lfde. Nr.	Datum	Mittl. Zeit	Distanz Rev.	Positionskreis	Bar. par. L.	Therm.		Bemerkungen.
						° R.	° F.	
Instrument: Königsberger Heliometer. Beobachter: J. Franz.								
	1890.	h m s		° '				
1.	2. April	8 29 26	32.0492	201 46.37	337.7	+ 3.75	+ 32.1	Lichtgrenze sehr zerrissen.
2.	23. April	9 53 14.8	6.6984	177 59.85	337.7	+ 8.1	+ 41.6	
3.	24. April	9 18 8.9	9.5572	183 13.25	333.3	+ 8.2	+ 43.8	
4.	30. April	10 36 8.5	28.7176	207 32.5	337.8	+ 13.1	+ 56.9	
5.	24. Mai.....	9 53 47.1	10.4130	194 28.0	338.0	+ 11.9	+ 47.3	
6.	25. Mai.....	10 47 43.9	13.4318	197 47.0	332.0	+ 13.8	+ 56.5	Lichtgrenze sehr zerrissen, Messung sehr schwer.
7.	23. Juni	10 49 10.5	11.2990	200 18.75	336.0	+ 13.2	+ 51.5	
8.	6. Juli.....	14 15 47	27.2462	160 28.75	333.7	+ 13.3	+ 53.6	
9.	27. Juli.....	9 18 44.3	28.3880	190 14.5	338.1	+ 15.5	+ 59.8	
10.	4. August.....	12 17 50.2	28.4287	159 58.5	333.5			
11.	4. August.....	13 33 24.7	28.2109	159 58.25	333.5	+ 15.0	+ 56.0	
12.	5. August.....	12 7 33.5	24.3146	159 31.25	333.0	+ 13.9	+ 55.2	
	1891.							
13.	20. April	10 1 55.6	30.3504	209 41.75	335.5	+ 7.7	+ 38.0	
14.	25. April	13 27 54.9	33.6736	190 50.5	333.0	+ 2.4	+ 28.9	
15.	11. Mai.....	8 54 10.8	4.9804	179 47.0	335.8	+ 11.2	+ 48.2	
Instrument: Breslauer Heliometer. Beobachter: C. Mainka.								
	1899.	h m		° ' "				
1.	24. März.....	7 32	93.517	102 51 51				
2.	28. Juni	15 26.9	68.054	66 1 3.6				
3.	16. Juli.....	9 49.13	60.333	101 11 51				
4.	20. Juli.....	9 53.78	103.079	89 22 51				
5.	14. September....	9 44.1	77.299	83 16 51				
6.	14. September....	10 2.54	77.423					

Tafel 5.

Hilfsgrössen für die Berechnung der Verlängerung des Mondes.

Laufende Nr.	Datum	Mittlere Zeit	$\alpha'_{\mathbb{C}}$	$\delta'_{\mathbb{C}}$	$\alpha_{\odot}$	$\delta_{\odot}$	$h'_{\mathbb{C}}$	$h_{\odot}$	Wegen l'' und $h_{\odot}$ corrigirter Phasenwinkel Δ'	Berechneter Positionswinkel	Beobachtete Sichelbreite	Beob. Sichelbr. — Berechn. Sichelbreite
	Königsberger Heliometer.											
	1890.	h m s	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	′ ″	′ ″	° ′ ″	° ′ ″	′ ″	″
1.	2. April	8 29 26.0	165 53 30.85	+10 46 0.00	11 53 23.99	+ 5 6 26.78	15 13.14	16 1.6	329 47 22.6	120 15 27.0	28 16.36	— 4.9
2.	23. April	9 53 14.8	86 8 30.40	+22 54 0.00	31 20 11.35	+12 40 0.08	15 28.68	15 55.9	235 43 59.6	89 32 52.8	5 59.18	— 8.4
3.	24. April	9 18 8.9	99 3 6.20	+23 46 26.20	32 9 26.5	+12 59 7.15	14 58.26	15 55.7	245 31 47.7	93 17 52.8	8 25.56	— 2.3
4.	30. April	10 36 8.5	174 1 37.00	+ 7 24 12.00	37 54 36.39	+14 56 26.46	15 18.54	15 54.2	303 45 38.8	117 16 38.7	25 18.55	— 4.9
5.	24. Mai	9 53 47.1	133 45 7.85	+20 36 2.00	61 24 9.15	+20 49 19.55	14 50.88	15 49.3	243 26 54.6	104 39 40.0	9 10.89	+ 2.7
6.	25. Mai	10 47 43.9	146 23 0.75	+17 26 29.00	62 23 35.45	+21 0 27.63	14 50.10	15 49.2	248 56 46.9	108 36 55.7	11 50.52	— 5.7
7.	23. Juni	10 49 10.5	166 6 52.00	+10 37 52.00	92 19 59.30	+23 24 12.50	14 54.00	15 46.2	243 50 20.7	111 16 24.8	9 57.95	—10.2
8.	6. Juli	14 15 47.0	350 10 48.90	— 9 19 0.00	106 13 21.00	+22 57 51.80	16 24.48	15 46.0	62 46 8.0	69 9 34.8	24 1.73	— 3.6
9.	27. Juli	9 18 44.3	246 47 38.85	—21 22 45.30	126 53 12.53	+19 9 49.45	16 8.34	15 47.3	311 57 1.5	99 17 36.5	25 1.38	— 9.1
10.	4. Aug.	12 17 50.2	10 49 5.55	— 1 41 40.00	135 1 46.55	+17 5 6.52	16 12.84	15 48.3	57 9 54.0	70 38 16.0	25 5.93	— 3.9
11.	4. Aug.	13 33 24.7	11 33 53.85	— 1 15 48.00	135 3 21.00	+17 3 54.86	16 15.72	15 48.3	57 53 2.0	70 32 19.0	24 52.59	— 9.9
12.	5. Aug.	12 7 33.5	23 12 23.90	+ 4 4 5.40	135 59 44.02	+16 48 6.04	15 56.94	15 48.4	69 28 50.0	70 17 15.4	21 26.20	—19.2
	1891.											
13.	20. April	10 1 55.6	175 28 59.02	+ 6 39 47.0	28 20 55.57	+11 37 33.33	14 53.28	15 56.8	317 11 5.4	119 5 0.0	26 45.75	— 2.7
14.	25. April	13 27 54.9	234 38 27.88	—19 34 20.00	32 13 20.88	+13 24 15.00	15 21.96	15 54.2	17 10 19.4	102 35 6.0	29 41.79	+ 4.0
15.	11. Mai	8 54 10.8	95 31 33.95	+25 18 50.00	48 14 28.20	+17 53 48.39	15 28.68	15 51.8	229 28 3.4	90 8 46.3	4 23.59	— 5.7
	Breslauer Heliometer.											
	1899.	h m s	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	′ ″	′ ″	° ′ ″	° ′ ″	′ ″	″
1.	24. März	7 32 0.0	156 5 0.25	+ 4 51 14.4	3 53 59.8	+ 1 35 6.83	15 8.58	16 3.5	330 7 21.5	102 22 1.0	28 14.1	— 9.0
2.	28. Juni	15 26 54.0	351 40 3.75	+ 1 12 21.2	97 32 26.2	+23 13 59.29	16 24.24	15 45.4	71 11 10.2	65 39 3.6	20 32.8	+ 6.5
3.	16. Juli	9 49 7.8	209 51 1.85	—17 54 8.4	116 23 57.1	+21 18 22.38	15 35.25	15 45.7	278 27 20.2	109 28 39.0	18 13.0	+ 2.1
4.	20. Juli	9 53 46.8	269 32 32.04	—24 34 14.0	120 23 44.0	+20 35 13.67	16 37.08	15 46.1	326 27 6.1	88 22 33.6	31 7.4	— 0.1
5.	14. Sept.	9 44 6.0	287 33 21.88	—21 33 24.5	172 47 31.8	+ 3 18 54.4	16 23.91	15 56.1	289 2 56.1	83 41 47.0	23 20.3	+ 2.0
6.	14. Sept.	10 2 22.4	287 39 48.05	—21 22 39.0	173 3 38.9	+ 3 5 54.25	16 24.24	15 56.2	289 19 20.7	84 10 52.3	23 22.8	+16.5

Inhaltsverzeichniss.

Einleitung und Ueberblick über einschlägige Arbeiten 5

Neue Bestimmung der Gestalt des Mondes aus Heliometerbeobachtungen 7

Anordnung der Heliometerbeobachtungen.

Reductionen der Beobachtungen.

Berechnung der Libration des Mondes.

Berechnung der Sichelbreite unter Annahme einer Kugelgestalt des Mondes.

Berechnung der Sichelbreite unter Annahme einer ellipsoidischen Gestalt des Mondkörpers.

Günstigste Zeit der Beobachtungen.

Resultat aus den Messungen für die Verlängerung des Mondes 19

Lebenslauf.

Am 31. Januar 1874 wurde ich, *Carl Mainka,* katholischer Confession, zu Oppeln geboren. Mein Vater ist Königlicher Kreisbote am Königlichen Landratsamt in Gleiwitz. Ich besuchte die Königliche Oberrealschule zu Gleiwitz, die ich im April 1896 mit dem Reifezeugniss verliess. Ich werde der Anstalt immer ein dankbares Andenken bewahren. Seit April 1896 studirte ich an der hiesigen Universität Mathematik und Naturwissenschaften. Seit Ostern 1898 bin ich Assistent an der hiesigen Königlichen Universitäts-Sternwarte. Im Jahre 1899 bewarb ich mich um den Preis aus der Neugebauer'schen Stiftung für die Lösung der Aufgabe: „Ueber die Gestalt des Mondes". Diese Arbeit, welche mit einem erhöhten Preis bedacht wurde, ist meiner Dissertation zu Grunde gelegt. Ich besuchte die Vorlesungen und Uebungen der Herren Professoren: *Baeumker, Ebbinghaus, Franz, Freudenthal, Heydweiller, Kaufmann, Ladenburg, London, O. E. Meyer, Rosanes, Sturm.*

Ihnen Allen sage ich für meine wissenschaftliche Förderung meinen aufrichtigsten Dank. Besonders aber bleibe ich Herrn Professor *Franz,* der mir während der ganzen Zeit meines Studiums reiche Förderung hat zu Teil werden lassen, zu innigstem Dank verpflichtet.

Thesen.

1. Messungen des Sonnendurchmessers mit dem Heliometer sind Messungen, die am Durchgangsinstrument gemacht sind, vorzuziehen.
2. Heliometerbeobachtungen der kleinen Planeten sind günstiger als Fadenmikrometerbeobachtungen.
3. Ein mittelst der physischen Libration erhaltener Wert der Verlängerung des Mondkörpers ist sehr wenig sicher, da auch eine entsprechende Massenverteilung die Librationserscheinungen verursachen kann.

Fig. 1

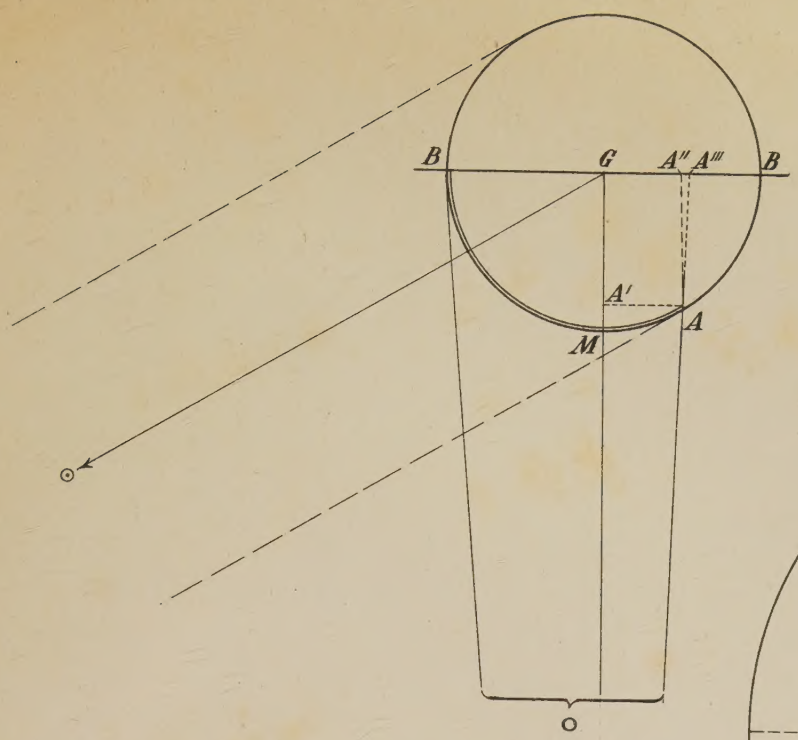

Fig. 3

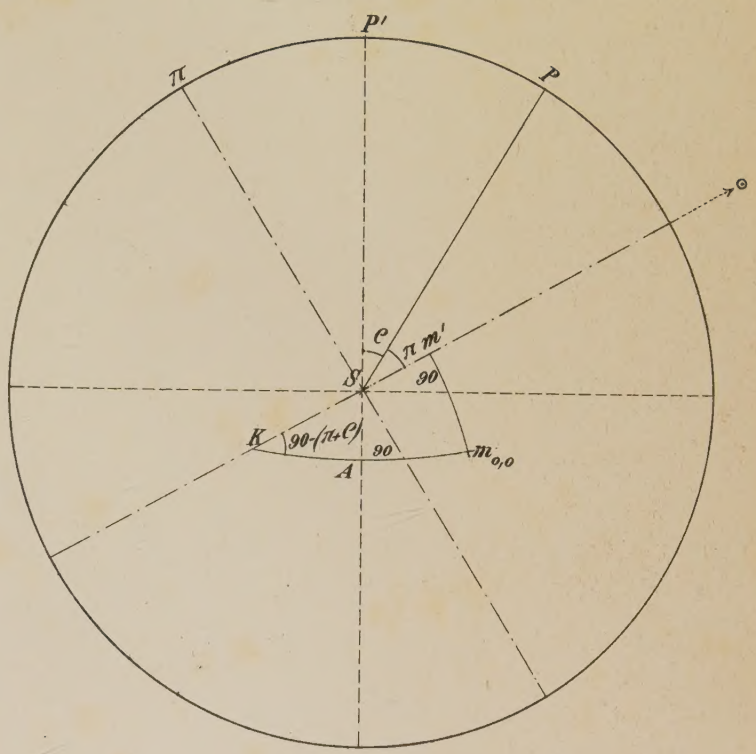

Fig. 2

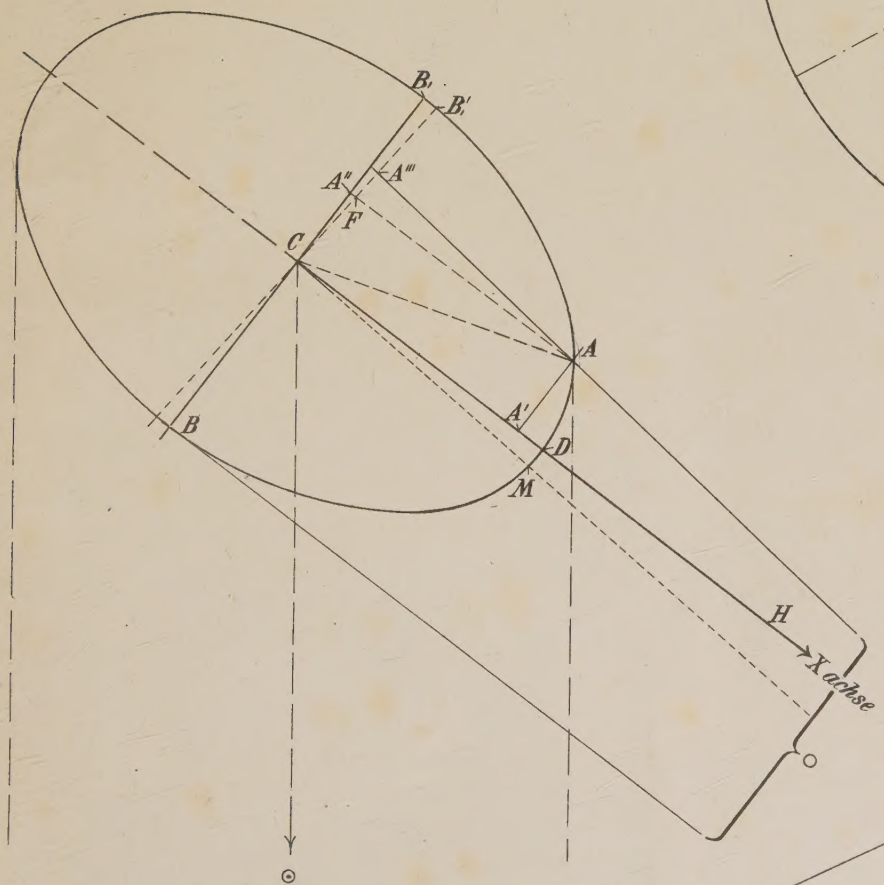
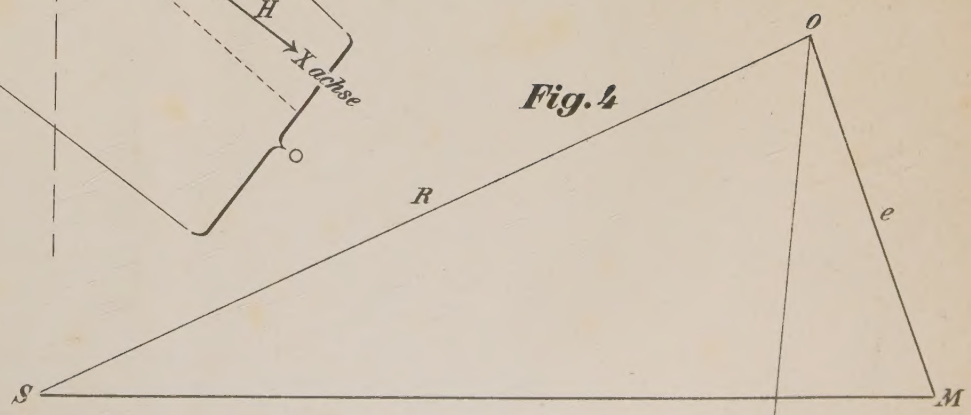
Fig. 4